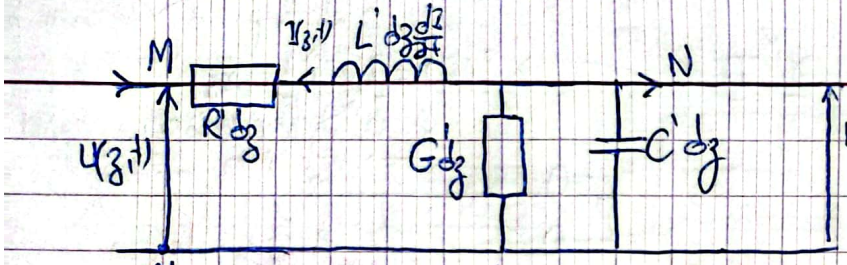
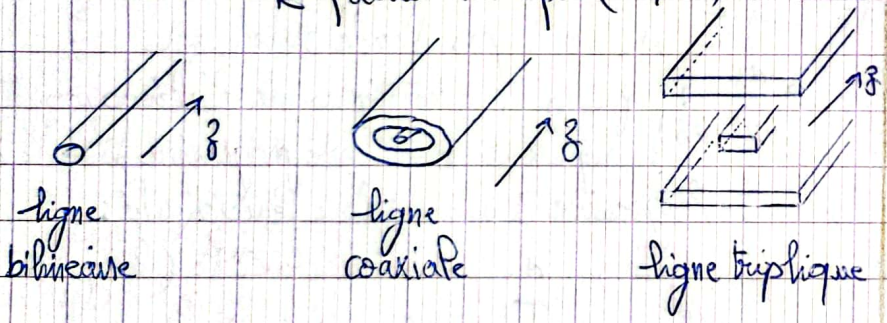
Les lignes de transmission



R' : résistance linéique de la ligne (Ω/m)
L' : ref inductance linéique de la ligne (H/m)
G' : Conducteur linéique (Ω^{-1}/m)
C' : Capacité linéique (F/m)



Pour l'obtention des équations (voir papiers) Soit :

(1) on applique la loi des maille à ce quadripole :

$u(z,t) - R' dz \cdot I(z,t) - L' dz \frac{\partial I}{\partial t} - u(z+dz,t) = 0$

or $u(z,t) - u(z+dz,t) = -\frac{\partial u}{\partial z} dz$ donc

on obtenu l'équation (1) : $\boxed{\frac{\partial \underline{u}}{\partial z} = -R'\underline{I} - L'\frac{\partial \underline{I}}{\partial t}}$ (2)

(2) on applique la loi de noeuds à ce quadripole : (pourque le courant et tension inverse)

Impédance $\begin{cases} \underline{u} = \underline{z} \cdot \underline{I} \iff \underline{I} = \underline{Y} \cdot \underline{u} \\ \underline{u} = R \cdot \underline{I} \iff \underline{I} = G \cdot \underline{u} \end{cases}$ conductance

$I(z,t) - I(z+dz,t) - G' dz\, u(z,t) - C' dz \frac{\partial u}{\partial t} = 0$

or $I(z,t) - I(z+dz,t) = -\frac{\partial I(z,t)}{\partial z}$

on obtenu l'éq (2) $\boxed{\frac{\partial \underline{I}}{\partial z} = -G'\underline{u} - C'\frac{\partial \underline{u}}{\partial t}}$

1- Équations des télégraphistes (eq. en fct $\underline{u}$)

combinaison entre les éqs (1) et (2) : on suppose $\frac{\partial I^2}{\partial t \partial z} = \frac{\partial I^2}{\partial z \partial t}$

$\frac{\partial (1)}{\partial z} = \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = -R'\frac{\partial \underline{I}}{\partial z} - L'\frac{\partial^2 \underline{I}}{\partial t \partial z}$ (2)

$\frac{\partial (2)}{\partial t} = \frac{\partial^2 \underline{I}}{\partial z \partial t} = -G'\frac{\partial \underline{u}}{\partial t} - C'\frac{\partial \underline{u}}{\partial t^2}$

$\frac{\partial^2 \underline{u}}{\partial z^2} = -R'\left(-G'\underline{u} - C'\frac{\partial \underline{u}}{\partial t}\right) - L'\left(G'\frac{\partial \underline{u}}{\partial t} - C'\frac{\partial^2 \underline{u}}{\partial t^2}\right)$ (3)

on obtenu l'eq des télégraphistes

$\boxed{\frac{\partial^2 \underline{u}}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 \underline{u}}{\partial t^2} L'C' - \frac{\partial \underline{u}}{\partial t}\left[R'C' + L'G'\right] - R'G'\underline{u} = 0}$

2- Équation de Propagation :

$u(z,t) \rightarrow \underline{u}(z)\, e^{j\omega t}$ en écriture complexe

$I(z,t) \rightarrow \underline{I}(z)\, e^{j\omega t}$

① $\rightarrow \frac{\partial \underline{U}}{\partial z} e^{j\omega t} = -(R' + jwL')\,\underline{i}(z)\,e^{j\omega t}$

$\frac{\partial \underline{U}}{\partial z} = -(R' + jwL')\,\underline{I}(z)$ ①' on obtient

dém ② $\rightarrow$ pour obtenir ②' $\frac{\partial \underline{I}(z)}{\partial z} = -(G' + jwC')\,\underline{U}(z)$

on dérivons l'éq ①' $\left(\frac{\partial^2 \underline{U}}{\partial z^2}\right)$ et ②' $\left(\frac{\partial \underline{I}}{\partial z}\right)$:

$\frac{\partial ①'}{\partial z} = \frac{\partial^2 \underline{U}}{\partial z^2} = -(R' + jwL')\frac{\partial \underline{I}(z)}{\partial z}$ et $\frac{\partial \underline{I}(z)}{\partial z}$ dans $\frac{\partial ②'}{\partial z}$

on obtient : $\frac{\partial^2 \underline{U}(z)}{\partial z^2} = (R' + jwL')(G' + jwC')\,\underline{U}(z)$ ③'

↑ Equation de Propagation en $\underline{U}(z)$

soit $\underline{\gamma}^2 = (R' + jwL')(G' + jwC')$

$\rightarrow \frac{\partial^2 \underline{U}(z)}{\partial z^2} = \underline{\gamma}^2 \underline{U}(z)$

* Dém pour l'éq. de Propagation en $\underline{I}(z)$:

$\frac{\partial ②'}{\partial z}$ et ①' $\left(\frac{\partial \underline{U}}{\partial z}\right)$ $\left(\frac{\partial^2 \underline{I}}{\partial z^2}\right)$ on obtient $\frac{\partial^2 \underline{I}(z)}{\partial z^2} = \underline{\gamma}^2 \underline{I}(z)$

3- Résolution des équations de Propagation

- $\frac{\partial^2 \underline{U}}{\partial z^2} - \underline{\gamma}^2 \underline{U} = 0 \rightarrow \underline{U}(z) = \underline{U}_+ e^{-\underline{\gamma} z} + \underline{U}_-$ (2 cstes qui ont la dimension tension)
- $\frac{\partial^2 \underline{I}}{\partial z^2} - \underline{\gamma}^2 \underline{I} = 0 \rightarrow \underline{I}(z) = \underline{I}_+ e^{-\underline{\gamma} z} + \underline{I}_- e^{\underline{\gamma} z}$ (2 cstes qui sont homogènes à un courant)



$\underline{U}(z)\,e^{j\omega t} = \underbrace{\underline{U}_+ e^{(-\underline{\gamma} z + j\omega t)}}_{\text{onde aller}} + \underbrace{\underline{U}_- e^{(\underline{\gamma} z + j\omega t)}}_{\text{onde retourner}}$

$\underline{\gamma} = \alpha + j\beta$; $\underline{U}_+ e^{-\alpha z} e^{-j(\beta z - \omega t)}$

ici $\underline{U}_- = 0$: pas d'onde retourner

$e^{-\alpha z}$: fct ↓ , elle représente l'atténuation

$e^{j(\omega t - \beta z)}$: représente une onde progressive dans le sens de z

L'onde Progressive a une double Périodicité :

$\beta = \frac{2\pi}{\lambda}$; λ : périodicité spatiale (longueur d'onde)

$\omega = \frac{2\pi}{T}$; T : périodicité temporelle

* Pour montrer que $Z_c = \frac{\underline{U}_+}{\underline{i}_+} = \frac{\underline{U}_-}{\underline{i}_-} = \sqrt{\frac{R' + jwL'}{G' + jwC'}}$

on utilisons ①' et ②' $\frac{d}{dz}\left(\underline{U}_+ e^{-\underline{\gamma} z} + \underline{U}_- e^{\underline{\gamma} z}\right) = -(R + jwL')\left[\underline{i}_+ e^{-\underline{\gamma} z} + \underline{i}_- e^{\underline{\gamma} z}\right]$

$$\underline{\gamma}\left(-\underline{u}_+ e^{-\underline{\gamma}z} + \underline{u}_- e^{\underline{\gamma}z}\right) = -(R'+jwL')\left[\underline{i}_+ e^{-\underline{\gamma}z} + \underline{i}_- e^{\underline{\gamma}z}\right]$$

$$\begin{cases} -\underline{\gamma}\,\underline{u}_+ = -(R'+jwL')\,\underline{i}_+ \\ \underline{\gamma}\,\underline{u}_- = -(R'+jwL')\,\underline{i}_- \end{cases} \Rightarrow \frac{\underline{u}_+}{\underline{i}_+} = \frac{R'+jwL'}{\underline{\gamma}}$$

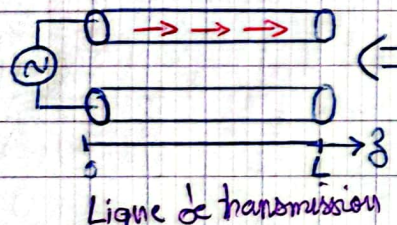
$$\frac{\underline{u}_-}{\underline{i}_-} = -\frac{R'+jwL'}{\underline{\gamma}}$$

$$\frac{R'+jwL'}{\underline{\gamma}} = \frac{R'+jwL'}{\sqrt{(R'+jwL')(G'+jwC')}} = \sqrt{\frac{R'+jwL'}{G'+jwC'}} = \underline{Z}_c$$

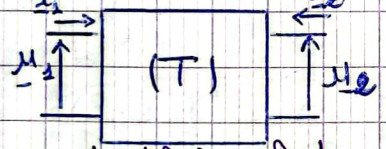
$$\underline{Z}_c = \frac{\underline{u}_+}{\underline{i}_+} = \frac{\underline{u}_-}{\underline{i}_-} = \sqrt{\frac{R'+jwL'}{G'+jwC'}}$$

Impédance caractéristique de la ligne

4 - Quadripôle Équivalent :



Ligne de transmission



Quadripôle équivalent

$$\underline{u}(z) = \underline{u}_+ e^{-\underline{\gamma}z} + \underline{u}_- e^{+\underline{\gamma}z}$$

$$\underline{i}(z) = \frac{\underline{\gamma}}{\underline{Z}_c}\left(\underline{u}_+ e^{-\underline{\gamma}z} - \underline{u}_- e^{\underline{\gamma}z}\right)$$

$$\begin{pmatrix} \underline{u}(z) \\ \underline{i}(z) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \underline{Y}_c & -\underline{Y}_c \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \underline{u}_+ e^{-\underline{\gamma}z} \\ \underline{u}_- e^{+\underline{\gamma}z} \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} \underline{u}(z) \\ \underline{i}(z) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \underline{Y}_c & -\underline{Y}_c \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \underline{u}_+ e^{-\underline{\gamma}z} & 0 \\ 0 & \underline{u}_- e^{+\underline{\gamma}z} \end{pmatrix} \quad (*)$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} \underline{u}(z) \\ \underline{i}(z) \end{pmatrix} = \underline{u}_+ e^{-\underline{\gamma}z}\begin{pmatrix} 1 \\ \underline{Y}_c \end{pmatrix} + \underline{u}_- e^{\underline{\gamma}z}\begin{pmatrix} 1 \\ -\underline{Y}_c \end{pmatrix}$$

En appliquons $(*)$ en $z=0$ et $z=L$:

$$\begin{pmatrix} \underline{u}(0) \\ \underline{i}(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \underline{Y}_c & -\underline{Y}_c \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \underline{u}_+ \\ \underline{u}_- \end{pmatrix} \quad (\Delta)$$

$$\begin{pmatrix} \underline{u}(L) \\ \underline{i}(L) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \underline{Y}_c & -\underline{Y}_c \end{pmatrix}\begin{pmatrix} e^{-\underline{\gamma}L} & 0 \\ 0 & e^{\underline{\gamma}L} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \underline{u}_+ \\ \underline{u}_- \end{pmatrix} \quad (\Delta\Delta)$$

$$(\Delta) \Rightarrow \begin{pmatrix} \underline{u}_+ \\ \underline{u}_- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \underline{Y}_c & -\underline{Y}_c \end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix} \underline{u}(0) \\ \underline{i}(0) \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \underline{u}_+ \\ \underline{u}_- \end{pmatrix} = \frac{1}{-2\underline{Y}_c}\begin{pmatrix} -\underline{Y}_c & -1 \\ -\underline{Y}_c & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \underline{u}(0) \\ \underline{i}(0) \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \underline{u}(L) \\ \underline{i}(L) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{-\underline{\gamma}L} & e^{\underline{\gamma}L} \\ \underline{Y}_c e^{-\underline{\gamma}L} & -\underline{Y}_c e^{\underline{\gamma}L} \end{pmatrix}\frac{1}{-2\underline{Y}_c}\begin{pmatrix} -\underline{Y}_c & -1 \\ -\underline{Y}_c & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \underline{u}(0) \\ \underline{i}(0) \end{pmatrix}$$

Soit $\underline{Z}_c = \frac{1}{\underline{Y}_c}$

$$= \begin{pmatrix} \frac{1}{2}\left(e^{-\underline{\gamma}L} + e^{\underline{\gamma}L}\right) & \frac{1}{2}\left(e^{-\underline{\gamma}L} - e^{\underline{\gamma}L}\right) \\ \frac{\underline{Y}_c}{2}\left(e^{-\underline{\gamma}L} - e^{\underline{\gamma}L}\right) & \frac{1}{2}\left(e^{-\underline{\gamma}L} + e^{\underline{\gamma}L}\right) \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \underline{u}(0) \\ \underline{i}(0) \end{pmatrix}$$

Soient $\underline{u}(0) = \underline{u}_1$, $\underline{i}(0) = \underline{i}_1$; $\underline{u}(L) = +\underline{u}_2$

$\underline{i}(L) = -\underline{i}_2$

$$\begin{pmatrix} \underline{u}_2 \\ \underline{i}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathrm{ch}(\underline{\gamma}L) & -\underline{Z}_c \mathrm{sh}(\underline{\gamma}L) \\ -\underline{Y}_c \mathrm{sh}(\underline{\gamma}L) & \mathrm{ch}(\underline{\gamma}L) \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \underline{u}_1 \\ \underline{i}_1 \end{pmatrix}$$

(T) matrice chaine

$$\det\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \underline{Y}_c & -\underline{Y}_c \end{pmatrix} = -2\underline{Y}_c$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \underline{Y}_c & \underline{Y}_c \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{\det}\begin{pmatrix} -\underline{Y}_c & -1 \\ -\underline{Y}_c & 1 \end{pmatrix}$$

2 quadripôles sont l'une à la suite l'autre (ils sont mis en cascade)

$$\Rightarrow \boxed{(T_1)}\ \boxed{(T_2)} \Leftrightarrow \boxed{(T)} \quad \{(T) = (T_1) \times (T_2)$$

la matrice mettre en chaine

Dans un quadripôle le courant est entrant donc $\underline{i}(L) = \underline{i}_2$



$$A^{-1} = \begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{\det A}\begin{pmatrix} d & -c \\ -b & a \end{pmatrix}$$

5- Quelques définitions relatives à une ligne de transmission :

$\forall q$ $P(z) = Y_c \left[|\underline{u}_+|^2 \left(\exp(-2\alpha z) - |\underline{\rho}_L|^2 \exp(2\alpha z) \right) \right.$

$S(z) = Y_c \, 2\,\mathrm{Im}\left[\ldots \exp(2j\beta z) \right]$

* Coefficient de Réflexion $\underline{\rho}(z)$:

$\underline{u}(z) = \underline{u}_+ \exp(-\underline{\gamma} z) + \underline{u}_- \exp(+\underline{\gamma} z)$; soit $\underline{\rho}(0) = \frac{\underline{u}_-}{\underline{u}_+}$

$\underline{\rho}(z) = \frac{\underline{u}_- \exp(\underline{\gamma} z)}{\underline{u}_+ \exp(-\underline{\gamma} z)}$

$$\boxed{\underline{\rho}(z) = \underline{\rho}(0) \exp(2\underline{\gamma} z)}$$

d'où

$$\underline{u}(z) = \underline{u}_+ \exp(-\underline{\gamma} z)\left[1 + \underline{\rho}(z)\right]$$

$$\underline{i}(z) = \underline{Y}_c \left[\underline{u}_+ \exp(-\underline{\gamma} z) - \underline{u}_- \exp(\underline{\gamma} z) \right]$$

$$\underline{i}(z) = \underline{Y}_c \, \underline{u}_+ \exp(-\underline{\gamma} z)\left[1 - \underline{\rho}(z)\right]$$

* Impédance Localisé :

$$\underline{Z}(z) = \frac{\underline{u}(z)}{\underline{i}(z)} = \underline{Z}_c \frac{1 + \underline{\rho}(z)}{1 - \underline{\rho}(z)} \quad \forall q \quad \underline{\rho}(z) = \frac{\underline{Z}(z) - \underline{Z}_c}{\underline{Z}(z) + \underline{Z}_c}$$

$\underline{Z}(z)\left(1 - \underline{\rho}(z)\right) = \underline{Z}_c\left(1 + \underline{\rho}(z)\right) \Leftrightarrow \underline{\rho}(z) = \frac{\underline{Z}(z) - \underline{Z}_c}{\underline{Z}(z) + \underline{Z}_c}$

* Puissance Complexe :

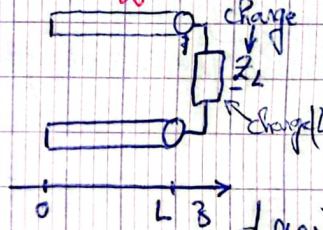
$$\underline{P}(z) = \frac{1}{2}\underline{u}(z)\,\underline{i}^*(z) = P(z) + j\,S(z)$$

$P(z)$: la puissance active (Réel) ; $S(z)$: la puissance réactive (Image)

$$\mathrm{th}\,x = \frac{\mathrm{Sh}\,x}{\mathrm{Ch}\,x} = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} = \frac{1 - e^{-2x}}{1 + e^{-2x}} = \frac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1}$$

6- Ligne terminée par une charge :

* coefficient de réflexion et Impédance localisée :



- la continuité de $\underline{u}$ et de $\underline{i}$:

$$\underline{Z}(L) = \underline{Z}_L = \underline{Z}_c \frac{1 + \underline{\rho}_L}{1 - \underline{\rho}_L}$$

$\underline{\rho}(z_L) = \underline{\rho}_L = \underline{\rho}(0)\exp(-2\underline{\gamma} L) = \frac{\underline{Z}_L - \underline{Z}_c}{\underline{Z}_L + \underline{Z}_c}$

et $\underline{\rho}(z) = \underline{\rho}(0)\left(2\underline{\gamma}(z)\right)$ ... $= \underline{\rho}\exp(2\underline{\gamma}(z - L))$

$\underline{Z}(z) = f(\underline{\gamma}, \underline{Z}_c, \underline{Z}_L)$?? ... $= \frac{\underline{\rho}(z)}{\underline{\rho}_L} = \frac{\underline{\rho}(0)\exp(2\underline{\gamma} z)}{\underline{\rho}(0)\exp(2\underline{\gamma} L)}$

- on a $\underline{\rho}(z) = \frac{\underline{Z}(z) - \underline{Z}_c}{\underline{Z}(z) + \underline{Z}_c} \Rightarrow \underline{Z}(z) = \frac{1 + \underline{\rho}(z)}{1 - \underline{\rho}(z)}\underline{Z}_c$

- or $\underline{\rho}(z) = \frac{\underline{Z}_L - \underline{Z}_c}{\underline{Z}_L + \underline{Z}_c}\exp\left[2\underline{\gamma}(z - L)\right]$

$$\underline{Z}(z) = \underline{Z}_c \frac{1 + \frac{\underline{Z}_L - \underline{Z}_c}{\underline{Z}_L + \underline{Z}_c}\exp\left[2\underline{\gamma}(z-L)\right]}{1 - \frac{\underline{Z}_L - \underline{Z}_c}{\underline{Z}_L + \underline{Z}_c}\exp\left[2\underline{\gamma}(z-L)\right]} \quad \frac{\underline{Z}_L\underline{Z}_L + \underline{Z}_c\underline{Z}_L + \underline{Z}_c\underline{Z}_L - \underline{Z}_c\underline{Z}_L \exp(\,)}{\underline{Z}_L + \underline{Z}_c - (\underline{Z}_L - \underline{Z}_c)\exp(\,)}$$

$$= \underline{Z}_c \frac{\underline{Z}_L + \underline{Z}_c \frac{1 - \exp(\,)}{1 + \exp(\,)}}{\underline{Z}_L\left(\frac{1 - \exp(\,)}{1 + \exp(\,)}\right) + \underline{Z}_c} \Rightarrow \underline{Z}(z) = \underline{Z}_c \frac{\underline{Z}_L - \underline{Z}_c\,\mathrm{th}\left(\underline{\gamma}(z - L)\right)}{\underline{Z}_c - \underline{Z}_L\,\mathrm{th}\left(\underline{\gamma}(z - L)\right)}$$

VI Cas particuliers

Rappels:

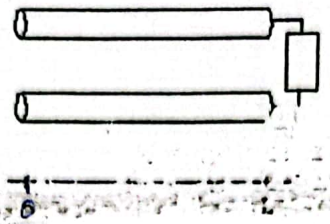
Coefficient de réflexion :

$$\underline{\rho}(z) = \frac{\underline{u}_-}{\underline{u}_+} e^{2\underline{\gamma}z}; \quad \underline{u}(z) = \underline{u}_+ e^{-\underline{\gamma}z}[1+\underline{\rho}(z)];$$

$$\underline{i}(z) = \underline{Y}_c \underline{u}_+ e^{-\underline{\gamma}z}[1-\underline{\rho}(z)]$$

$$\underline{Z}(z) = Z_c \frac{1+\underline{\rho}(z)}{1-\underline{\rho}(z)}, \quad \underline{\rho}(z) = \frac{\underline{Z}(z)-\underline{Z}_c}{\underline{Z}(z)+\underline{Z}_c}$$

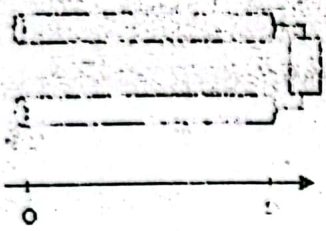
LIGNE TERMINEE PAR UNE CHERGE¶



$$\underline{\rho}(z) = \underline{\rho}_L e^{2\underline{\gamma}(z-L)}$$

$$\underline{Z}(z) = \underline{Z}_c \frac{\underline{Z}_L - \underline{Z}_c \tanh(\underline{\gamma}(z-L))}{\underline{Z}_c - \underline{Z}_L \tanh(\underline{\gamma}(z-L))}$$

VI-1 Ligne adaptée:



$\underline{Z}_L = \underline{Z}_c$

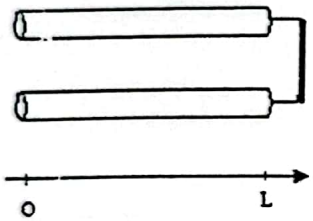
Dans ce cas $\underline{\rho} = 0 \Rightarrow \underline{\rho}(z) = 0 \Rightarrow \underline{u} = 0 \Rightarrow \underline{Z}(z) = \ldots$

Il n'y a pas d'onde réfléchi. Toute l'énergie est absorbé par la charge

On dit que la charge est une **charge adaptée** (C.A) et que **la ligne est adaptée**.

$$\underline{\rho} = \frac{\underline{Z}_L - \underline{Z}_c}{\underline{Z}_L + \underline{Z}_c}$$

VI-2 Ligne terminée par un court-circuit (C.C):

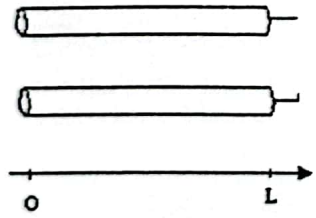


$\underline{Z}_L = 0 \Rightarrow \underline{\rho}_L = -1$ $(\underline{u}(L) = 0)$ $|\underline{\rho}_L| = 1$ onde totalement stationnaire

$$\underline{\rho}(z) = -\exp[2\underline{\gamma}(z-L)]$$

$$\underline{Z}(z) = -\underline{Z}_c \tanh[\underline{\gamma}(z-L)]$$

VI-3 Ligne terminée par un circuit ouvert: (C.O)



$\underline{Z}_L = \infty \Rightarrow \underline{\rho}_L = 1$ $(\underline{i}(L) = 0)$ $|\underline{\rho}_L| = 1$ onde totalement stationnaire

$$\underline{\rho}(z) = \exp[2\underline{\gamma}(z-L)]$$

$$\underline{Z}(z) = \frac{-Z_c}{\tanh(\underline{\gamma}(z-L))} = -Z_c \coth(\underline{\gamma}(z-L))$$

VII-Lignes De Transmission Sans Pertes: (LSP)

Dans ce cas $R' \simeq 0$ et $G' \simeq 0 \Rightarrow \underline{Z}_c = \sqrt{\frac{R'+jwL'}{G'+jwC'}} \simeq \sqrt{\frac{L'}{C'}}$: réelle pure

$\underline{\gamma} = \alpha + j\beta$; $\alpha \simeq 0$ et $\beta \simeq w\sqrt{L'C'}$ pas d'attention d'onde se propage sans être atténué

$\Rightarrow \underline{\gamma} = jw\sqrt{L'C'}$ sachant que $\cosh(jx) = \ldots \cos(x)$

$= j\beta$ $\sinh(jx) = j \cdot \sin(x)$

$\tanh(jx) = \frac{\sinh(jx)}{\cosh(jx)} = \frac{j\sin x}{\cos x} = j\tan x$

Je déduit que $(T) = \begin{pmatrix} \cos\beta L & -jZ_c \sin(\beta L) \\ -\frac{1}{Z_c} j\sin(\beta L) & \cos(\beta L) \end{pmatrix}$

et $\underline{Z}(z) = Z_c \frac{Z_L - jZ_c \tan[\beta(z-L)]}{Z_c - jZ_L \tan(\beta[z-L])}$

$\hookrightarrow \coth(jx) = \frac{1}{\tanh(jx)} = -j\cot x$

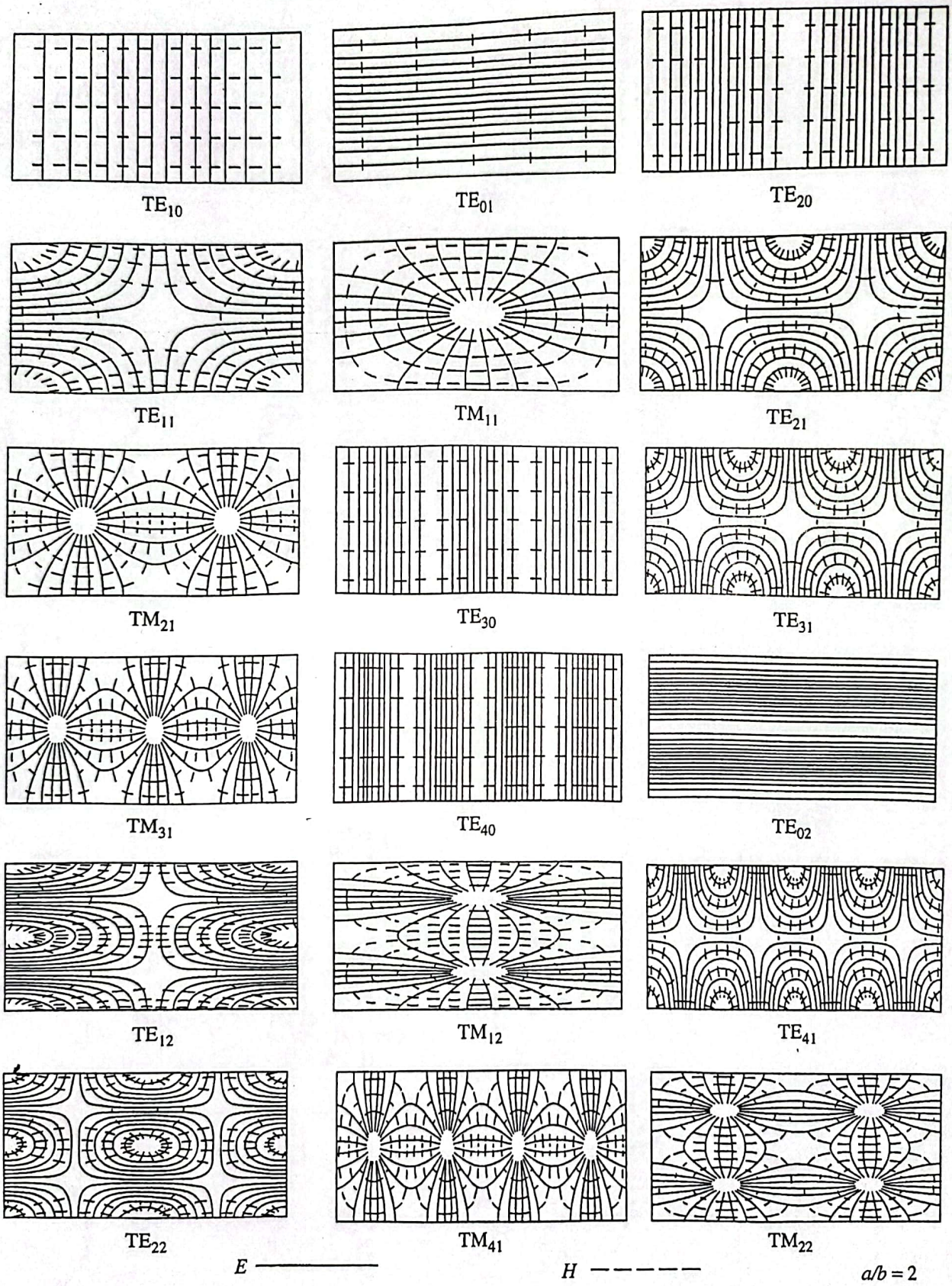
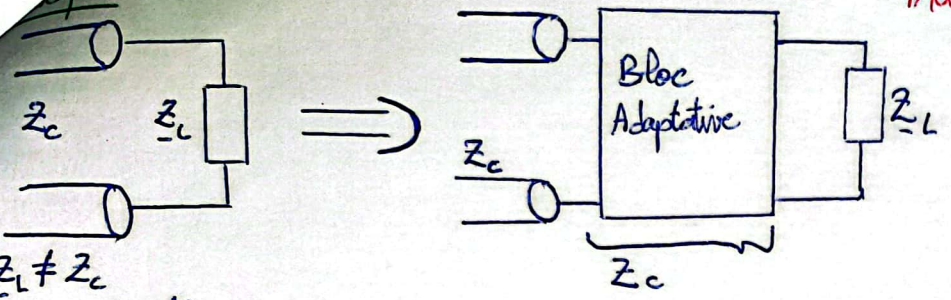


Figure Field patterns for the first 18 TE^z and/or TM^z modes in a rectangular waveguide with $a/b = 2$.* (Source: C. S. Lee, S. W. Lee, and S. L. Chuang, "Plot of modal field distribution in rectangular and circular waveguides," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, © 1985, IEEE.).

CamScanner

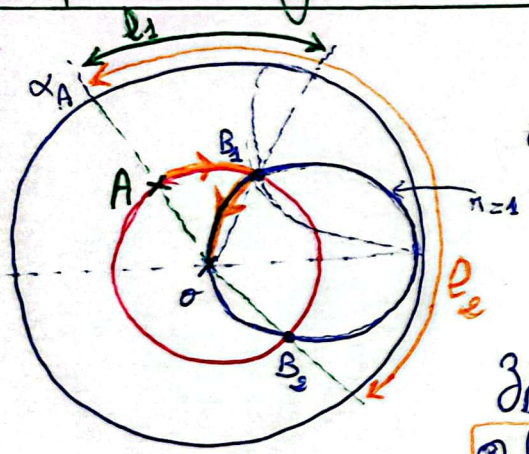
Adaptation des lignes de transmission

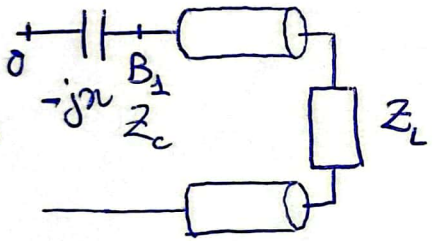


$\underline{Z}_L \neq Z_c$

Ligne non adapté

• Adaptation au Moyen d'elts réactifs (ou réactance)





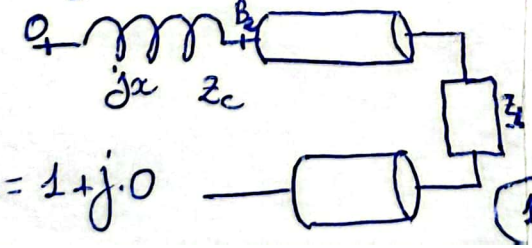
$\underline{z}_D = 1 + j.0$

⊛ $A \longrightarrow B_1 \longrightarrow O$

$\ell_1 = \alpha_{B_1} - \alpha_A + n\frac{\lambda}{2}$ et $\underline{z}_{B_1} = 1 + jx \; ; x > 0$

$\underline{z}_O = \underline{z}_{B_1} + (-jx) = 1 + j.0$

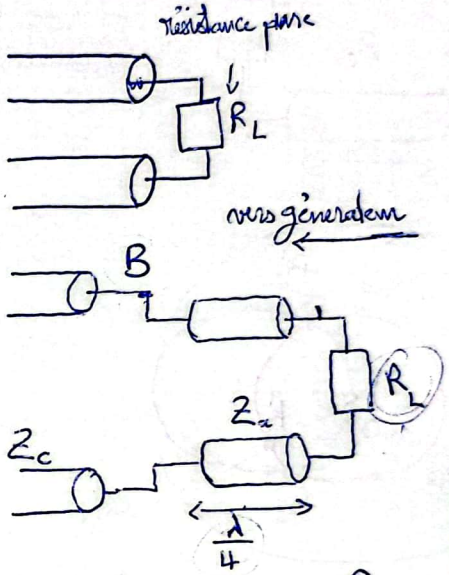
⊛ $A \longrightarrow B_2 \longrightarrow O$



$\ell_2 = \alpha_{B_2} - \alpha_A + n\frac{\lambda}{2}$

$\underline{z}_{B_2} = 1 - jx$ et $\underline{z}_O = \underline{z}_B + jx = 1 + j.0$

• Adaptation par un ligne quarte d'onde ($\frac{\lambda}{4}$) :



$\underline{z}_B \; \frac{1}{\underline{z}_A}$ $\qquad \underline{z}_A = \frac{R_L}{Z_x}$

$\underline{z}_B = \frac{Z_B}{Z_x}$

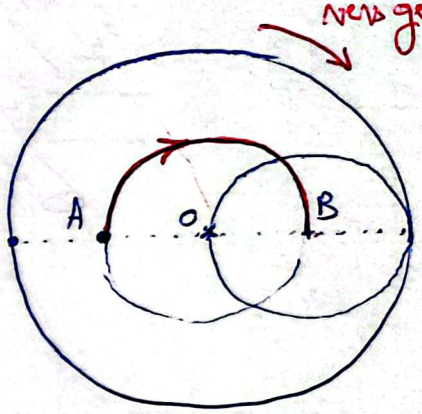
$\lambda = \frac{c}{f}$

Pour avoir adaptation : il faut que $Z_B = Z_c$; $\underline{z}_B = \frac{Z_c}{Z_x}$

$\frac{Z_c}{Z_x} = \frac{Z_x}{R_L} \Rightarrow Z_x = R_L Z_c$

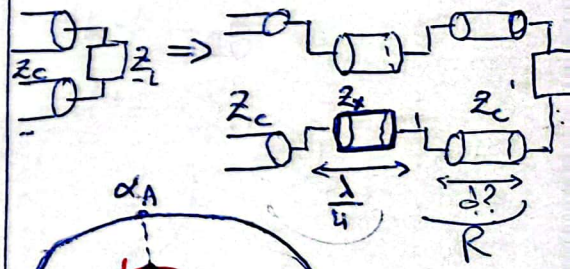
$\Leftrightarrow \boxed{Z_x = \sqrt{R_L Z_c}}$

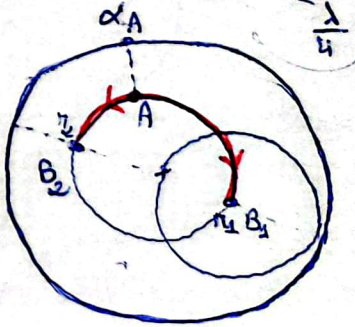
Q : Peut-on utiliser cette méthode si on a charge $\underline{Z} = R + jX_L$



(avec $X_L \neq 0$) ?

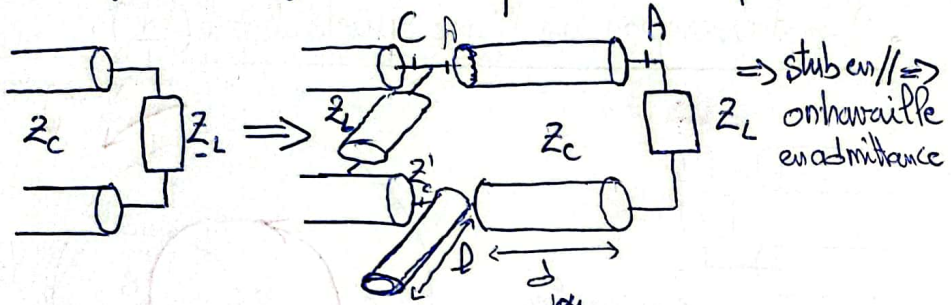
R : oui, en effet, il suffit d'ajouter une longueur de ligne telle que.





• Adaptation simple stub :

Stub : Longueur de ligne variable qui est terminée par CC ou C.O



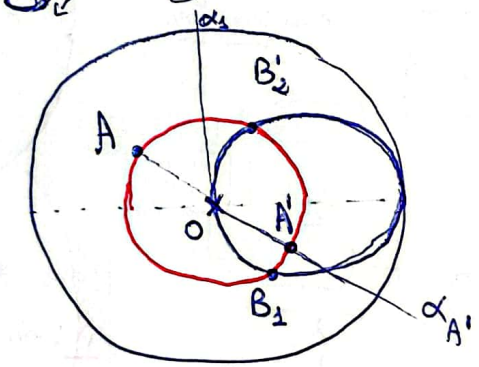
⇒ stub en // ⇒ on travaille en admittance

1°) $\underline{z}_A = \dfrac{Z_L}{Z_c}$

2°) $\underline{y}_A$

$\bar{A}' = \text{sym}\,\%(A)$

3°) $\alpha_{A'} = \ldots$ on trace le cercle de rayon $r = 1$



4°) on relève les pts d'intersection avec le cercle de rayon $r = 1$.

$\alpha_{B_1} = \ldots$ $\quad \underline{y}_{B_1} = 1 - jx$

$\alpha_{B_2} = \ldots$ $\quad \underline{y}_{B_2} = 1 + jx$

5°) Calcul de d : $\begin{cases} 1^{er} \text{ solution } d_1 = \alpha_{B_1'} - \alpha_{A'} + n\dfrac{\lambda}{2} \\ 2^{ème} \text{ solution } d_2 = \alpha_{B_2'} - \alpha_{A'} + n\dfrac{\lambda}{2} \end{cases}$

6°) longueur du stub : (le stub est équivalent à une susceptance variable ≠ réactance)

si Z_c' du stub est égale à Z_c de la LSP

⇒ La longueur l correspond à $+jx$ pour la première solution

cas où le stub est en C.C. : $\begin{cases} l_1 = \alpha_1 - \alpha_{cc} + \dfrac{n\lambda}{2} \\ l_2 = \alpha_2 - \alpha_{cc} + \dfrac{n\lambda}{2} \end{cases}$ $\begin{cases} -jx \text{ pour la première sol°} \\ \\ \text{pour la deuxième sol°} \end{cases}$